

**LABO - Axe ou Equipe : LIMOS Axe MAAD**

**Directeur de thèse : Laurent Beaudou (MCF-HDR), laurent.beaudou@uca.fr**

**Titre du sujet de thèse : Sur les puissances exactes de graphes.**

**Résumé du sujet de thèse :**

### **Contexte**

La  $p$ -ème puissance exacte d'un graphe  $G$  est le graphe obtenu sur le même ensemble de sommets mais dont les adjacences sont entre les sommets à distance exacte  $p$  dans  $G$ . On le note  $G \setminus p$ . Cette notion a été étudiée assez récemment depuis sa formalisation par Nešetřil et Ossona de Mendez [5]. L'objet principal initial de leurs recherches était le nombre chromatique (en particulier relié à une conjecture de van den Heuvel and Naserasr questionnant l'aspect borné de ce paramètre pour les puissances impaires de graphes planaires). Cette conjecture a été invalidée par Bousquet, Esperet, Harutyunyan et Joannis de Verclos [2] en 2019 via les puissances exactes d'arbres. Mais l'étude générale des puissances exactes de graphes en général demeure un sujet d'intérêt pour la communauté (voir bibliographie récente ci-après).

### **Question initiale et buts généraux de la thèse**

Parmi les questions initiales, on peut se questionner sur la reconnaissance de cubes exacts des arbres (travail déjà en cours mais pas terminé). Une autre question préliminaire serait la génération exhaustive des racines carrées d'un graphe (ou la restriction aux réalisations arborescentes).

Sur le long terme, nous cherchons des résultats généraux sur la complexité, la diversité et la richesse de ces notions dans différentes classes de graphes (hypercubes, graphes planaires extérieurs, graphes planaires) et leur comportement en rapport avec d'autres paramètres communs de graphes (treewidth etc.).

### **Collaboration**

L'envoyant collabore déjà avec une large partie des chercheurs intéressés par ce sujet (Foucaud à Clermont, Naserasr à Paris, Quiroz au Chili, Klavžar en Slovénie). Ainsi, l'étudiant participera facilement à des collaborations internationales et s'intégrera d'autant mieux dans le monde de la recherche.

### **Mots clé**

Théorie des graphes, algorithmique, convexité, métriques.

### **Bibliographie**

- [1] B. Brěsar, N. Gastineau, S. Klavžar and O. Togni. Exact distance graphs of product graphs *Graphs and Combinatorics*, 35 (2019)
- [2] N. Bousquet, L. Esperet, A. Harutyunyan and R. Joannis de Verclos. Exact Distance Colouring in Trees. *Combinatorics, Probability and Computing* 28(2), 177-186 (2019).
- [3] F. Foucaud, S. Mishra, N. Narayanan, R. Naserasr and P. Valicov, Cliques in exact distance powers of graphs of given maximum degree *Procedia Computer Science* Volume 195, (2021).
- [4] J. van den Heuvel, H.A. Kierstead, D.A. Quiroz Chromatic numbers of exact distance graphs. *Journal of Combinatorial Theory, Series B*, 134 (2018)
- [5] J. Nešetřil and P. Ossona de Mendez. *Sparsity. Graphs, Structures, and Algorithms*. Springer (2010).
- [6] D.A. Quiroz Colouring exact distance graphs of chordal graphs *Discrete Mathematics*, 343 (5) (2020)