

LIMOS CNRS UMR 6158

Directeur de thèse : Viet Hung Nguyen (Professeur des Universités), viet_hung.nguyen@uca.fr

Co-encadrant : Mourad Baiou (Directeur de recherche CNRS), mourad.baiou@uca.fr

Titre du sujet de thèse

Formulations étendues efficaces et apprentissage pour le problème du Voyageur de Commerce et ses variantes

Résumé du sujet de thèse :

Contexte

En optimisation combinatoire, une formulation étendue désigne une formulation linéaire (en nombres entiers) d'un problème qui introduit des variables supplémentaires par rapport à celles nécessaires pour décrire directement les solutions réalisables. En exploitant ces variables additionnelles, les formulations étendues peuvent souvent être plus compactes que la formulation naturelle basée sur l'enveloppe convexe des solutions réalisables. Grâce à cette compacité, elles ont été largement appliquées à des problèmes pratiques d'optimisation combinatoire, tels que les tournées de véhicules ou des problèmes de localisation d. Cependant, pour des problèmes fondamentaux comme les problèmes de couplage ou le problème du voyageur de commerce (TSP), la majorité des travaux se sont concentrés sur des aspects théoriques — notamment la complexité des formulations étendues — plutôt que sur leur mise en œuvre pratique. Une exception notable est notre travail récent [3], dans lequel nous avons développé un algorithme de type branch-and-cut basé sur une formulation étendue pour le problème du Max-Cut. Cette approche a montré une meilleure efficacité que la formulation naturelle dans le même cadre branch-and-cut. La thèse proposée vise à étendre cette approche au problème du voyageur de commerce (TSP). Un autre aspect du sujet est l'utilisation de techniques d'apprentissage automatique pour accélérer le cadre branch-and-cut appliqué au TSP. Nos travaux récents [4], [5], où nous proposons un cadre d'apprentissage pour générer efficacement les coupes combinatoires dans l'algorithme branch-and-cut, ouvrent de nombreuses perspectives intéressantes pouvant être explorées dans le cadre de cette thèse.

Objectifs et feuille de route

Plusieurs formulations étendues ont été proposées pour le TSP. Parmi elles, la formulation MTZ [1] est bien connue pour utiliser des variables supplémentaires représentant l'ordre de visite des sommets. Cela conduit à une formulation compacte avec des contraintes de type big-M et des variables réelles auxiliaires allant de 2 à n (où n est le nombre de sommets). Toutefois, en raison de ces éléments ajoutés, la formulation MTZ est souvent moins performante que la formulation non compacte DFJ [2], qui utilise uniquement des variables associées aux arêtes. Dans la première partie de cette thèse, le ou la doctorant(e) explorera des formulations étendues alternatives pour le TSP qui viendront compléter — plutôt que remplacer — la formulation DFJ. Les variables supplémentaires pourront ici capturer des propriétés plus faibles que celles du modèle MTZ, tout en restant binaires, sans recours à des contraintes big-M. Le ou la candidat(e) mettra en œuvre un cadre branch-and-cut intégrant ces formulations étendues proposées pour résoudre le TSP et ses variantes. Des résultats numériques sont attendus pour démontrer que cette nouvelle formulation surpasse la DFJ dans le même cadre algorithmique. Un aspect supplémentaire, plus ambitieux, pourrait consister à examiner la conjecture 4/3 pour la formulation DFJ à travers le prisme des formulations étendues proposées. Dans la seconde partie, consacrée à l'aspect apprentissage automatique, le ou la doctorant(e) s'attachera à étendre le cadre développé dans [4], [5], notamment pour d'autres classes de coupes combinatoires construites à partir des formulations étendues développées dans la première partie.

Encadrement et environnement

La thèse se déroulera au laboratoire LIMOS, au sein de l'équipe Optimisation Combinatoire, sous la direction de Mourad Baiou et Viet Hung Nguyen. Un candidat potentiel est Huy Phuc Nguyen HA, étudiant de Master dans le programme ICS, qui travaille actuellement sur ce sujet de thèse dans le cadre de son projet de Master.

Biographie

[1] C.E. Miller, A.W. Tucker, R.A. Zemlin. Integer programming formulations and traveling salesman problems. Journal of Association for Computing Machinery, 7 (1960), pp. 326-329

[2] G.B. Dantzig, D.R. Fulkerson, S.M. Johnson. Solution of a large-scale traveling salesman problem. Operations Research, 2 (1954), pp. 393-410

[3] V. H. Nguyen, M. Minoux. Linear size MIP formulation of Max-Cut: new properties, links with cycle inequalities and computational results. Optim. Lett. 15(4): 1041-1060 (2021)

[4] T.Q.T Vo, M. Baiou, V.H. Nguyen, P. Weng. Improving Subtour Elimination Constraint Generation in Branch-and-Cut Algorithms for the TSP with Machine Learning. LION 2023: 537-551

[5] T.Q.T Vo, M. Baiou, V.H. Nguyen, P. Weng. Learning to Cut Generation in Branch-and-Cut Algorithms for Combinatorial Optimization" to appear in ACM Transactionson Evolutionary Learning and Optimization.

