

Proposition de sujet de thèse en informatique

# Optimisation discrète et algorithmes de graphes pour l'organisation de déplacements avec contraintes de compatibilité

Encadrant : Christian Laforest

Professeur à l'université Clermont-Auvergne, chercheur au LIMOS, UMR 6158 du CNRS.  
christian.laforest@isima.fr

**Mots clés :** *Graphes, optimisation discrète, approximation, programmation, applications à la mobilité*

**Les divers contextes adressés par le sujet.** Cette partie présente les contextes liées à des problématiques de mobilité qui seront, tous ou certains seulement, traités par les travaux de thèse. Malgré leur hétérogénéité apparente, ces contextes sont cimentés par des notions communes, comme les graphes et les conflits qui seront évoquées plus loin dans le document.

**Optimisation du regroupement de colis à transporter.** Dans ce problème, chaque sommet représente une *entité* à déplacer : cela peut-être une personne, un colis, un container, un animal, etc. Chaque entité  $e$  a un point de départ  $dep(e)$ , une destination  $dest(e)$  et un moyen de transport  $transp(e)$  associé (camion, véhicule léger, avion, train, etc.). Cependant, certaines paires d'entités ne peuvent pas être transportés par le même moyen de transport (volume ou poids total excessif par exemple). Si les entités  $e$  et  $e'$  sont dans ce cas, on dira qu'elles sont en *conflit*. Par ailleurs, au contraire, certaines entités doivent voyager ensemble (un couple avec enfants, divers paquets constituant un colis unique, etc.). Bien sûr si  $e_1$  et  $e_2$  doivent voyager ensemble et  $e_2$  et  $e_3$  aussi alors, par transitivité,  $e_1$  et  $e_3$  aussi. Ainsi, la représentation de ces contraintes est la donnée d'une *partition*  $P$  de l'ensemble des entités, où chaque ensemble  $S$  de  $P$  sera appelé une *obligation* (les entités de  $S$  ont pour obligation de voyager ensemble).

L'objectif global est alors d'organiser la répartition des entités sur les moyens de transport de manière à respecter les contraintes (conflits et obligations). Il faudra dans un premier temps déterminer si l'instance a ou pas une solution et, si elle en a une, dans un deuxième temps, minimiser le nombre (ou le cout dans une version pondérée) des moyens de transport.

Une première modélisation à envisager est sous forme de *graphes signés* dans lesquels chaque arête est soit positive soit négative. Un état de l'art des problèmes de partition en clusters sera à faire.

**Suivis de colis ou assistance à des personnes fragiles dans un trajets à plusieurs étapes.** Ici le graphe représente un réseau de transport. Chaque sommet est un lieu (aéroport, port, gare) et chaque arête une liaison physique entre ces lieux. Une *entité* a un sommet de départ  $s$  et une destination finale  $t$ . Dans cette étude, une entité peut être une personne handicapée qui a besoin d'assistance lors de chaque correspondance, le bagage d'un passager ou un colis qui doit être débarqué d'un moyen de transport pour être embarqué dans le prochain lors d'une correspondance avec changement de véhicule, etc. Cette entité doit être transportée de bout en bout en passant par des sommets intermédiaires suivant une *route* à déterminer. Un critère essentiel est de faire passer cette entité par des sommets qui assurent le *transit*. Or, tous les transits ne sont pas nécessairement possibles en chaque sommet (capacités logistiques du site). Pour chaque sommet  $u$ , ayant  $d$  voisins

$u_1, \dots, u_d$ , une matrice binaire de transit  $T$  est donnée :  $T[i, j] = 1$  s'il est possible arrivant en  $u$  à partir du sommet  $u_i$  de faire transiter l'entité sur la liaison  $uu_j$ . Sinon,  $T[i, j] = 0$ . Dans sa version pondérée,  $T[i, j]$  représente le *cout* de transit (0 si le transit est impossible). Il s'agit alors de déterminer s'il existe une route assurant le transit de bout en bout de l'entité. Si elle existe, il s'agit ensuite de trouver la moins longue (ou la moins chère).

Dans le cas où les matrices de transit sont peu denses, l'existence de routes n'est pas garantie. On peut alors imaginer l'existence d'un *extra-service* payant, qui permet d'assurer en un sommet  $u$  un transit désiré mais non prévu dans la matrice (par exemple une entreprise de service qui assure le portage d'un colis d'une porte de débarquement à une porte d'embarquement ou une personne pour assister une personne handicapée). Dans ce cas, un paiement supplémentaire de cet extra-service sera exigé. Il s'agira alors de déterminer une route sollicitant un nombre minimal de fois cet extra-service (ou minimiser le cout total d'appel à cet extra-service).

Une généralisation consiste à considérer un ensemble d'entités, partant toutes de la même source et ayant des destinations propres. Il s'agit alors de trouver un *arbre de distribution* de ces entités en faisant en sorte de les garder groupées le plus longtemps possible pour éviter de la manipulation fine en chaque point de transit tout en assurant de passer par des transits autorisés et en faisant appel le moins souvent possible à l'extra service.

**Optimisation de l'installation de procédés de mesures de trafic compatibles sur un réseau de transport.** Un réseau (routier ou ferroviaire) est modélisé par un graphe. Chaque arête est un segment de ce réseau et un sommet est un nœud (point de jonction ou extrémité terminale) de segments. Pour réguler au mieux le trafic, il convient de le mesurer sur chaque segment ou sur chaque nœud du réseau. Pour cela, des dispositifs (capteurs, caméras, etc) peuvent être installés sur certains nœuds voire sur certains segments. Cependant, certains dispositifs de mesure peuvent ne pas être compatibles entre eux et tous ne peuvent pas être installés partout. L'objectif des travaux est alors de minimiser le cout total (de déploiement et/ou d'entretien) de ces dispositifs, en assurant le meilleur service global, tout en satisfaisant les contraintes de compatibilité pour obtenir un dispositif opérationnel. Du point de vue de la théorie des graphes, cela se rapproche de problématiques de couvertures ou de dominations avec des contraintes additionnelles.

**Des concepts communs à toutes ces situations.** Malgré l'hétérogénéité apparente des situations qui viennent d'être présentées, des outils et concepts communs peuvent être dégagés et seront à la base des travaux. Tout d'abord les graphes sont utilisés pour modéliser un réseau ou des contraintes de conflits ou d'obligations entre des entités. Ensuite la notion de *conflit* apparaît dans plusieurs de ces problèmes pour modéliser l'incompatibilité entre des liaisons, des dispositifs, etc.

La notion de conflit (mais aussi d'obligation) a été très étudiée ces dernières années. On peut notamment citer tous les travaux menés dans deux thèses récentes [1, 2] ainsi que les publications qui en ont été tirées. Notons que ces travaux ont conduit à l'obtention de nombreux résultats d'impossibilité et de difficulté (preuves de NP-complétude d'existence de solutions, non approximation) mais aussi à des solutions algorithmiques efficaces dans des cas restreints.

**Les travaux à mener.** Comme on peut le voir, l'ensemble des problèmes à considérer est vaste. Le choix d'un sujet précis se fera en tout début de thèse, en accord avec les connaissances préalables mais aussi les projets du candidat ainsi que les attentes de l'encadrant. De nombreux

champs de l’algorithmique et de l’optimisation discrète peuvent être traités dans ce cadre, y compris des problèmes très classiques (construction d’arbres, de chemins, de couvertures, etc.) avec les variantes évoquées plus haut.

La personne retenue devra donc s’efforcer de :

- Faire un état de l’art critique de ce qui a déjà été fait dans ce domaine (plusieurs approches sont possibles pour tenter de résoudre ces questions).
- Faire émerger la *spécificité des instances* à traiter dans le cadre de la problématique de la mobilité. Par exemple il ne paraît pas absurde à première vue de considérer des graphes planaires pour représenter des réseaux routiers. Il faudra alors s’appuyer sur ces spécificités structurelles pour obtenir des résultats plus fins et plus ciblés que ceux qui ont été obtenus jusqu’à présent de manière générique.
- Proposer, pour les problèmes cibles choisis, des algorithmes d’approximation (pouvant traiter de grosses instances) et des algorithmes exacts (beaucoup plus lents mais très précis, pour traiter de petites instances).
  - Une étude *analytique* (en pire cas et/ou en moyenne, etc.) de la précision et de la complexité de ces algorithmes, devra être menée de manière la plus précise et la plus complète possible.
  - Ces algorithmes devront être programmés. L’objectif est double : les tester mais aussi (au moins pour certaines) les mettre à disposition de la communauté de la recherche (ou des autres partenaires du projet), sous forme de bibliothèques et/ou de programmes autonomes.
  - En fonction des projets (post doctoraux) et de l’expertise propre du candidat<sup>1</sup>, des applications plus ciblées pourront être considérées, après accords de l’encadrant.

**Profil de la personne recherchée.** Etudiant (F ou H), de formation M2 (ou école d’ingénieur) en informatique avec de bonnes bases en optimisation discrète (notamment en théorie et algorithmique des graphes). La personne devra aussi être à l’aise dans le développement de logiciels (pour réaliser des expérimentations, des comparaisons, voire pour mettre à disposition de la communauté l’implémentation de certaines de ses propositions). Enfin, des connaissances en probabilités discrètes seraient les bienvenues mais ne sont pas strictement nécessaires.

## References

- [1] Benjamin Momège. Autour de la connexité dans les graphes avec conflits. *Thèse (informatique) université Blaise Pascal, LIMOS, décembre 2015*. Directeurs de thèse : Mamadou Kanté et Christian Laforest.
- [2] Alexis Cornet. Algorithmes et résultats de complexité pour les problèmes de graphes avec contraintes additionnelles. *Thèse (informatique) université Clermont-Auvergne, LIMOS, décembre 2018*. Directeur de thèse : Christian Laforest.

---

<sup>1</sup>acquise lors d’un stage, d’un projet, ou d’un cours d’option