

Sujet de thèse :

Directeur de thèse	Fatiha Bendali et Jean Mailfert
Co-encadrant(s)	
Laboratoire	LIMOS - UCA
E mail	bendali@isima.fr , mailfert@isima.fr ,
Téléphone	40-74-88,40-79-75
Co-directeur de thèse	
Laboratoire	
Université	

Résumé :

Les conflits entre objets en optimisation combinatoire entraînent des difficultés importantes dans la recherche d'un sous ensemble d'objets vérifiant certaines propriétés. Souvent, la complexité des algorithmes est dégradée et de nouvelles approches de résolutions doivent être envisagées. Nous nous proposons de faire une analyse du problème **de la k-connexité, $k \geq 2$, en présence d'un graphe de conflits**. En particulier, nous nous intéresserons à l'effet de ces conflits sur le polyèdre des sous graphes k-connexes et à la recherche de contraintes valides à ajouter pour déterminer des solutions dépourvues de conflits.

1. Contexte, enjeux, problématique

La survie d'un réseau de communication est assurée par l'existence d'un lien ou d'une suite de liens entre tout couple de nœuds du réseau. Cette notion est modélisée par la propriété de connexité dans un graphe dont les sommets représentent les nœuds et les arêtes, la communication directe entre deux nœuds. La k-connexité dans un graphe est exprimée par l'existence entre tout couple de sommets d'au moins k chaînes arêtes ou nœuds disjointes. Etant donné, un graphe de communication on s'intéresse à en extraire un sous graphe couvrant tous les nœuds qui est k-connexe et de coût de construction des arêtes minimum. Ce problème de conception d'un réseau pour des coûts quelconques et $k \geq 2$ est NP-difficile. Pour $k=1$, il correspond à la recherche d'un arbre de poids minimum qui est un problème facile pour lequel existent des algorithmes de construction polynomiaux. Cependant, l'existence de conflits sur des paires de liens dans un réseau de communication peut perturber les possibilités d'existence même d'une solution réalisable. C'est le cas lorsqu'on cherche un arbre de poids minimum dans un graphe et que certains couples d'arêtes sont incompatibles. Le problème de la recherche d'un arbre couvrant de poids minimum en présence d'un graphe de conflit devient alors NP-difficile. D'autres problèmes classiques d'optimisation combinatoire sous contraintes de conflits ont été étudiés dans la dernière décennie par un certain nombre d'auteurs. Le problème du sac à dos par exemple, a été traité sur un graphe de conflits défini par un arbre ou un graphe triangulé (Pferschky et Darmann 2009). Le flot maximum, le bin packing et le couplage ont aussi été étudiés dans ce contexte de conflits en 2013.

En 2009 et 2011, Darmann et. Al. ont été parmi les premiers à traiter le problème de l'arbre de poids minimum avec conflit. En particulier, ils ont mis en évidence des structures de graphes de

conflits où le problème reste polynomial et ont établi des heuristiques dans d'autres cas. Des modèles mathématiques basés sur la programmation linéaire entière ont été proposés à partir de 2014 et résolus pour des instances assez importantes par des procédures de Branch and Cut avec un fort pourcentage d'obtention de l'optimum.

En 2015, le polytope des chemins entre deux sommets donnés d'un graphe orienté a été étudié dans le cas d'un seul conflit.

A travers ce sujet, nous souhaitons explorer le contexte des problèmes d'optimisation combinatoire relatifs à la k -connexité lors de l'adjonction de contraintes de conflits sur les sommets ou les arêtes d'un graphe.

2. Méthodologie proposée

Modélisation par des graphes et des programmes linéaires en nombres entiers.

Programmation de méthodes exactes et heuristiques. Evaluation de performances des algorithmes utilisés.

3. Situation dans le contexte du laboratoire

Ce sujet se situe dans le thème « Optimisation combinatoire et continue » de l'axe MAAD du LIMOS

4. Profil du doctorant recherché

Compétences en programmation mathématique et en développement informatique.